

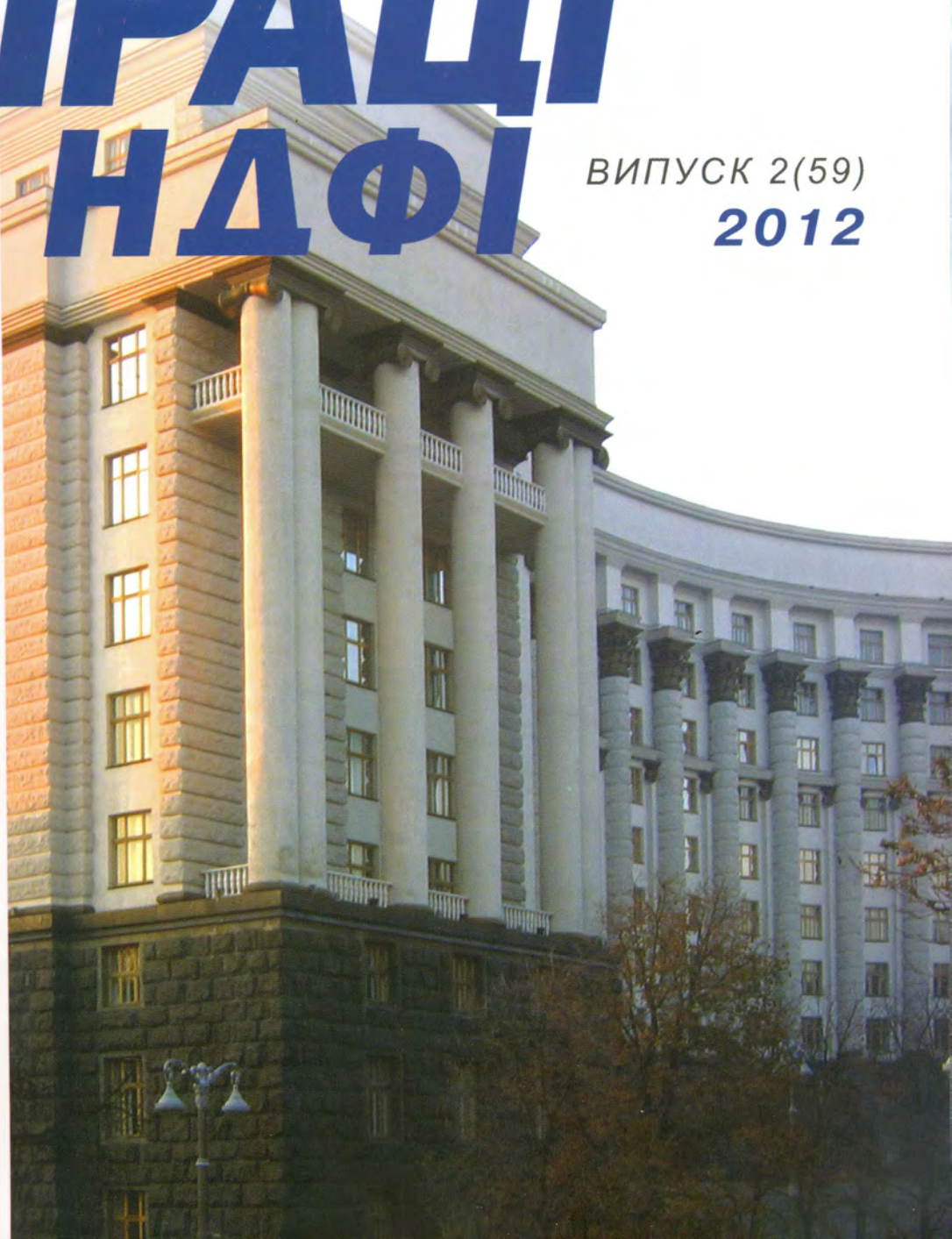
МІНІСТЕРСТВО ФІНАНСІВ УКРАЇНИ
АКАДЕМІЯ ФІНАНСОВОГО УПРАВЛІННЯ
НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ФІНАНСОВИЙ ІНСТИТУТ



НДФІ

НАУКОВІ ПРАЦІ НДФІ

ВИПУСК 2(59)
2012





МІНІСТЕРСТВО ФІНАНСІВ УКРАЇНИ
АКАДЕМІЯ ФІНАНСОВОГО УПРАВЛІННЯ
НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ФІНАНСОВИЙ ІНСТИТУТ

НДФІ

НАУКОВІ ПРАЦІ НДФІ

НАУКОВИЙ ЗБІРНИК
Заснований у червні 1996 р.
Київ

ВИПУСК 2 (59)
2012

З М І С Т

ФІНАНСОВА ПОЛІТИКА ТА ЕКОНОМІЧНЕ РЕГУЛЮВАННЯ

- Баранник Л. Б.* Фінансові схеми соціального забезпечення інвалідів: досвід зарубіжних країн 3
- Венгер Т. А.* Суб'єкти державно-боргових відносин: тенденції та особливості взаємодії 15
- Кошкіна М. О.* Ранжування пріоритетних напрямів фінансування охорони здоров'я 23
- Орловська Н. О.* Економічні кризи: аналіз та прогнозування з урахуванням збігу циклів різної періодичності 31
- Твердомед О. М.* Злиття та поглинання як форма розвитку інноваційної діяльності 37

БЮДЖЕТНА ПОЛІТИКА

- Стефанюк І. Б.* Бюджетні інвестиційні субвенції: проблеми досягнення цілей 44
- Корнієнко Н. М.* Стратегічне та середньострокове планування видатків як інструменти підвищення ефективності використання бюджетних коштів. 54
- Остріщенко Ю. В.* Передумови та інструменти оптимізації управління видатковою частиною місцевих бюджетів 63
- Козоріз А. В.* Зарубіжний досвід середньострокового бюджетного планування у контексті його застосування в Україні 75

РИНОК ФІНАНСОВИХ ПОСЛУГ

- Баяра Д. О.* Концептуальні засади формування в Україні ефективної системи корпоративного управління 88
- Жидяк О. Р., Полянчик Т. М.* Аналіз ліквідності банків як об'єкта фінансового управління 97
- Терещенко Г. М., Мусатова Т. А.* Напрями розвитку страхового ринку України 103
- Доліньський Л. Б.* Експертно-аналітичний підхід до визначення матриць міграції кредитних рейтингів 115

<i>Любкіна О. В., Решетова Г. В.</i> Інструменти міжнародного фінансового ринку в контексті підвищення ринкової капіталізації вітчизняних компаній	125
<i>Яковенко С. М.</i> Динаміка розвитку ринку іпотечних цінних паперів	135

БУХГАЛТЕРСЬКИЙ ОБЛІК ТА ФІНАНСОВИЙ КОНТРОЛЬ

<i>Трайтлі В. Ю.</i> Державний фінансовий аудит виконання бюджетних програм: сутність і відмінності від інспектування	146
---	-----

У збірнику представлено результати досліджень проблем бюджетної та фінансової політики, фінансово-економічного регулювання, аналізу окремих аспектів ринку фінансових послуг, бухгалтерського обліку та фінансового контролю.

Для працівників органів державної влади та управління, науковців, підприємців, аспірантів і студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

*Рекомендовано до друку Вченою радою
Академії фінансового управління Міністерства фінансів України
(Протокол № 4 від 24 червня 2012 р.)*

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Єфименко Т. І., член-кор. НАН України, д. е. н., професор (*головний редактор*);
Лондар С. Л., д. е. н., професор (*заступник головного редактора*);
Соколовська А. М., д. е. н., професор (*заступник головного редактора*);
Терещенко Г. М., к. е. н., с. н. с. (*відповідальний секретар*);

Буковинський С. А., к. е. н.; Власюк О. С., член-кор. НАН України, д. е. н., професор;
Гаврилюк О. В., д. е. н., професор; Гайдай М. Г., к. е. н., доцент; Гасанов С. С., к. е. н., доцент;
Дьяченко Я. Я., д. е. н., професор; Затонацька Т. Г., к. ф.-м. н., доцент; Крупка М. І., д. е. н., професор;
Кудряшов В. П., д. е. н., професор; Іваницька О. М., д. н. д. у., доцент; Леоненко П. М., д. е. н., професор;
Ловінська Л. Г., д. е. н., професор; Лютий І. О., д. е. н., професор; Мельник В. М., д. е. н., доцент;
Мищенко В. І., д. е. н., професор; Олейнікова Л. Г., к. е. н.; Павлюк К. В., д. е. н., доцент;
Плескач В. Л., д. е. н., професор; Полозенко Д. В., д. е. н., професор; П'ятаченко Г. О., к. е. н., професор;
Рядно О. А., д. т. н., професор; Юринець В. Є., д. ф.-м. н., професор;
Чумакова І. Ю., к. е. н., доцент; Чухно А. А., д. е. н., професор, академік НАН України

Згідно з постановою ВАК України від 8 вересня 1999 р. № 01-05/9 даний збірник віднесено до наукових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук (Перелік № 2, розділ "Економічні науки")

Редакційна колегія не завжди поділяє позицію авторів.

Автори несуть повну відповідальність за достовірність та повноту викладу матеріалу, що публікується.

Матеріали, надруковані у збірнику, є власністю академії, захищені міжнародним та українським законодавством і не можуть бути відтворені у будь-якій формі без письмового дозволу видавця.

Редакція залишає за собою право на скорочення та редагування авторських текстів.

© Автори, 2012
© ДННУ "Академія фінансового управління", оригінал-макет, 2012

Долінський Л. Б.,

кандидат економічних наук, доцент,
доцент кафедри економіко-математичного моделювання
Київського національного економічного університету
імені Вадима Гетьмана

ЕКСПЕРТНО-АНАЛІТИЧНИЙ ПІДХІД ДО ВИЗНАЧЕННЯ МАТРИЦЬ МІГРАЦІЙ КРЕДИТНИХ РЕЙТИНГІВ

Розглянуто задачу побудови матриці ймовірностей переходу між рівнями кредитних рейтингів. Запропоновано експертно-аналітичний підхід, що передбачає розв'язання системи лінійних рівнянь та дає змогу визначити елементи матриці міграцій кредитних рейтингів.

Ключові слова: фінансовий ринок, кредитний ринок, кредитний рейтинг, фінансові інструменти.

Однією з основних проблем, що стримують розвиток українського фінансового ринку, є так звана криза довіри з боку потенційних інвесторів (кредиторів) до фінансових інструментів. На сьогодні відновлення кредитного ринку вже почалося, але відбуватиметься воно, на нашу думку, досить повільно й лише за умов доведення позичальниками власної фінансової стійкості та платоспроможності. Отже, у сучасній кредитно-інвестиційній політиці на перший план має вийти питання не дохідності, а надійності капіталовкладень.

Загальноприйнятим в усьому світі орієнтиром щодо надійності об'єктів кредитування або інвестування є кредитні рейтинги.

Відповідно до Закону України “Про державне регулювання ринку цінних паперів України”, *кредитний рейтинг* — це умовний вираз кредитоспроможності об'єкта рейтингування в цілому та/або його окремого боргового зобов'язання за національною шкалою кредитних рейтингів¹.

В Україні ще 1 квітня 2004 р. з метою оцінювання кредитного ризику та визначення інвестиційної привабливості різних об'єктів ухвалено Концепцію створення системи рейтингової оцінки регіонів, галузей національної економіки, суб'єктів господарювання².

За ці роки система національної рейтингової оцінки інститутів та інструментів фінансового ринку пройшла декілька важливих етапів. Відзна-

¹ Про державне регулювання ринку цінних паперів України : закон України від 30.10.1996 № 448/96-ВР [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.rada.gov.ua>.

² Про схвалення Концепції створення системи рейтингової оцінки регіонів, галузей національної економіки, суб'єктів господарювання : розпорядження Кабінету Міністрів України від 01.04.2004 № 208-р [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.rada.gov.ua>.

чимо, зокрема, введення в дію 26 квітня 2007 р. чинної редакції Національної рейтингової шкали³.

Таким чином, на сьогодні в Україні у межах чинної нормативно-правової бази вже запроваджено певну систему рейтингової оцінки позичальників та боргових інструментів у вигляді кредитних рейтингів (докладніше правові основи рейтингування розглянуті автором у попередніх статтях⁴).

З огляду на зазначене, ми вважаємо науково-практичні дослідження, присвячені проблемам моделювання кредитних рейтингів з метою оцінювання кредитного ризику (або навпаки – надійності) об'єктів рейтингування, актуальними та своєчасними.

Питання економіко-математичного моделювання ризику та надійності розглядали у своїх працях відомі вітчизняні науковці: В. В. Вітлінський, В. М. Гранатуров, А. Б. Камінський, М. М. Клименюк, О. В. Пернарівський, О. І. Ястремський. У вивчення цієї проблеми вагомий внесок зробили й зарубіжні вчені, серед яких Є. Альтман, Т. Бартон, Є. Брігхем, О. Лобанов, М. Рогов, П. Уокер, Ф. Фабози, Н. Хохлов, О. Чугунов, У. Шарп, У. Шенкір, О. Шоломицький.

Разом з тим питання моделювання кредитних рейтингів та оцінювання кредитного ризику об'єктів рейтингування в межах загальної теорії економічного ризику розкрито недостатньо.

Кредитний рейтинг можна розглядати як узагальнену експертну оцінку ступеня кредитного ризику, що вказує на ймовірність невиконання (непогашення) боргових зобов'язань (*ймовірність дефолту*). Дефолт розуміють як відмову позичальника здійснити своєчасно та в повному обсязі задекларовані (обіцяні) виплати.

Отже, кількісне оцінювання ступеня кредитного ризику об'єктів рейтингування полягає насамперед в обчисленні ймовірностей дефолту для кредитних рейтингів різних рівнів.

Глобальні міжнародні рейтингові агентства, найбільшими з яких є “велика трійка” – *Fitch Ratings* (Великобританія, США), *Moody's Investors Service* (США) та *Standard and Poor's* (США), регулярно публікують так звану *статистику дефолтів*⁵. Вона формується в результаті оброблення значних обсягів накопичених статистичних даних щодо погашення (або непогашення) у часі боргових зобов'язань позичальниками в аспекті присвоєних їм кредитних рейтингів (докладніше цей метод аналізу розглянуто автором у попередніх працях⁶). Такий аналіз дає змогу отримати *статистичні оцін-*

³ Про затвердження Національної рейтингової шкали : постанова Кабінету Міністрів України від 26.04.2007 № 665 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.rada.gov.ua>.

⁴ Долінський Л. Б. Рейтингування інститутів та інструментів фінансового ринку: правові аспекти / Л. Б. Долінський // Цінні папери України. – 2009. – № 47 (589). – С. 28–30.

⁵ [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.moody.com>; <http://www.fitchratings.com>; <http://www.standardandpoors.ru>.

⁶ Долінський Л. Б. Моделювання дефолтів за облігаційними позиками / Л. Б. Долінський // Фінанси України. – 2009. – № 4. – С. 65–74.

ки ймовірності (частоти) дефолтів для кожного з рівнів кредитного рейтингу.

В одній із попередніх авторських публікацій з питань рейтингування⁷ показано, що якщо ввести величину $P(E_i)$ як ймовірність того, що об'єкт рейтингування матиме індивідуальний кредитний рейтинг E_i за національною шкалою, то ймовірність його дефолту дорівнюватиме:

$$P(A) = \sum_{i=1}^m P(A / E_i) \cdot P(E_i), \quad (1)$$

де $P(A / E_i)$ — ймовірність дефолту об'єкта за умови, що його рейтинг належить до рівня E_i національної шкали.

Наявність “статистики дефолтів” саме і означає, що кожному рівню кредитного рейтингу E_i відповідає певне граничне значення ймовірності дефолту — статистична оцінка $P(A / E_i)$. Тобто наявність “статистики дефолтів” дає можливість кількісно оцінити ступінь кредитного ризику за рівнями кредитних рейтингів.

Зрозуміло, що частота дефолтів за роками навіть для подібних позичальників не є сталою величиною, оскільки дефолти розподілені в часі нерівномірно. Зокрема, внаслідок циклічності розвитку світової економіки більша частота дефолтів спостерігається за умов фінансової кризи тощо.

Таким чином, рівні кредитних рейтингів певних об'єктів можуть змінюватися в часі, що свідчатиме про зміну їх кредитоспроможності (надійності). Тому глобальні рейтингові агентства публікують не лише “статистику дефолтів”, а й так звані *матриці міграції кредитних рейтингів*, які містять статистичні частоти (ймовірності) зміни кредитних рейтингів за певний проміжок часу.

На Заході популярним напрямом науково-практичних досліджень у цій сфері є моделювання міграції кредитних рейтингів як дискретного випадкового процесу з метою визначення ймовірностей зміни кредитних рейтингів у вигляді матриці переходів на основі математичного апарату марковських ланцюгів.

В Україні цей напрям досліджень недостатньо розвинутий, що пояснюється, зокрема, короткочасністю існування національної системи рейтингування, а отже, й відсутністю репрезентативної статистичної вибірки щодо дефолтів об'єктів з визначеними кредитними рейтингами. Брак статистичної бази не дає змоги національним рейтинговим агентствам та незалежним вітчизняним дослідникам проводити практичні розрахунки в цій галузі, а серед небагатьох вітчизняних теоретичних праць можна виокремити статтю Б. Ю. Кишакевича⁸.

⁷ Долінський Л. Б. Моделювання кредитних рейтингів за національною та міжнародною рейтинговими шкалами / Л. Б. Долінський // Вісник НБУ. — 2010. — № 10. — С. 50–54.

⁸ Кишакевич Б. Ю. Побудова матриць міграції кредитних рейтингів / Б. Ю. Кишакевич [Електронний ресурс]. — Режим доступу: www.nbu.gov.ua/portal/Soc_Gum/Ekpr/2009_24/kishake.pdf.

Таким чином, сучасний стан вітчизняного фінансового ринку обумовлює наявність нерозв'язаних науково-практичних задач у сфері аналізу кредитного ризику та моделювання кредитних рейтингів позичальників і боргових інструментів.

Зауважимо, що автор не вперше звертається до тематики моделювання кредитних рейтингів. У попередніх працях⁹ на основі сценарно-ймовірнісного та комбінаторного підходів було розглянуто питання визначення ймовірностей *присвоєння* певних рівнів кредитних рейтингів та оцінювання відповідних ймовірностей дефолтів як для окремих об'єктів рейтингування, так і для їх сукупностей.

Пропонована стаття присвячена подальшому послідовному висвітленню цієї теми, але вже в аспекті економіко-математичного моделювання можливих змін рівнів кредитних рейтингів для раніше присвоєних рейтингових оцінок.

Оскільки процедура рейтингування передбачає не лише початкове присвоєння, а й регулярне оновлення кредитного рейтингу, то протягом існування певного боргового зобов'язання його кредитний рейтинг може змінитися. Така зміна є важливим сигналом для інвестора, що вказує на зміну ступеня кредитного ризику (надійності) відповідного боргового інструменту.

У зв'язку з цим метою статті є розроблення експертно-аналітичного підходу до визначення матриць ймовірностей зміни (переходів) рівнів кредитних рейтингів – *матриць міграцій кредитних рейтингів*.

Застосування експертного підходу є вимушеною мірою, оскільки, якщо немає статистичних даних, то деякі значення ймовірностей переходу задаватимуться експертним шляхом. У майбутньому, при появі відповідної статистики, для розв'язання задачі визначення невідомих ймовірностей міграції можуть бути отримані аналітичні розв'язки.

Для запису матриці міграцій кредитних рейтингів підприємства-позичальника S необхідно визначити ймовірність P_j набуття ним певного рівня рейтингу E_j ($j \in [1, m]$, де m – кількість рівнів кредитних рейтингів за обраною рейтинговою шкалою, причому перший рівень рейтингу означає найвищу кредитоспроможність, а m -й – найнижчу).

Для визначення ймовірності P_j набуття підприємством S певного рівня рейтингу E_j можна скористатися статистичною інформацією рейтингових агентств. Розглянемо частоту k_j набуття підприємством S рейтингу E_j на часовому проміжку $[t_1; t_n]$, де n – кількість часових інтервалів. Для цього у визначені моменти часу t_1, t_2, \dots, t_n за допомогою відповідних процедур рейтингових агентств визначається рейтинг аналізованого підприємства. Далі визначається, скільки разів підприємству було присвоєно певний рівень

⁹ Долінський Л. Б. Моделювання кредитних рейтингів за національною та міжнародною рейтинговими шкалами / Л. Б. Долінський // Вісник НБУ. – 2010. – № 10. – С. 50–54; Долінський Л. Б. Моделювання узагальненого кредитного рейтингу для групи об'єктів рейтингування / Л. Б. Долінський // Вісник НБУ. – 2011. – № 4. – С. 23–27; Долінський Л. Б. Моделювання узагальненого кредитного рейтингу для групи гомогенних об'єктів / Л. Б. Долінський // Вісник НБУ. – 2011. – № 9. – С. 27–30.

рейтингу E_j – таким чином розраховується частота k_j набуття підприємством S рейтингу E_j . Тоді ймовірність P_j присвоєння підприємству S рейтингу E_j визначається як відносна частота:

$$P_j = \frac{k_j}{n}. \quad (2)$$

Зрозуміло, що визначивши ймовірність P_j присвоєння підприємству S рейтингу E_j на часовому проміжку $[t_1; t_n]$, для цього підприємства можемо записати:

$$\sum_{j=1}^m P_j = 1. \quad (3)$$

Рівняння (3) є властивістю повної групи подій щодо присвоєння рівнів кредитного рейтингу для кожного окремого об'єкта рейтингування.

Визначивши ймовірності P_j набуття підприємством S певного рівня рейтингу E_j , визначимо ймовірності переходу підприємства з одного рейтингового рівня до іншого, що дасть нам можливість записати відповідну матрицю міграцій. Позначимо ймовірність переходу підприємства з рейтингу E_i до рейтингу E_j через α_{ij} . Зауважимо, що в загальному випадку для цього підприємства S можна записати квадратну матрицю $A = \|\alpha_{ij}\|$ розмірності $m \times m$, елементи якої описують відповідні ймовірності α_{ij} переходу підприємства з рейтингу E_i до рейтингу E_j :

$$\|A\| = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1m} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{m1} & \alpha_{m2} & \dots & \alpha_{mm} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Головна діагональ матриці (4) містить ймовірності того, що рівень рейтингу E_i ($i = \overline{1, m}$) не змінився, тобто $E_i = E_j$. Усі інші елементи матриці є ймовірностями переходу від одного рівня рейтингу до іншого.

Елементи рядків матриці (4) містять відповідні ймовірності всіх можливих переходів з певного рейтингу E_i до будь-якого з усіх наявних інших E_j ($j = \overline{1, m}$). Отже, ймовірності i -го рядку матриці описують ймовірності повної групи подій набуття підприємством усіх можливих рівнів рейтингів. Тоді очевидний вираз:

$$\forall i: \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} = 1. \quad (5.1)$$

Елементи стовпчиків матриці (4) містять відповідні ймовірності всіх можливих переходів з будь-якого з усіх наявних рейтингів E_i ($i = \overline{1, m}$) до певного рейтингу E_j ($j = \overline{1, m}$). Тому для опису ймовірностей переходу підприємства з усіх рейтингів до певного j -го рейтингу можемо записати рівняння:

$$\forall j: \sum_{i=1}^m P_i \alpha_{ij} = P_j. \quad (5.2)$$

Вираз (5.2) свідчить, що ймовірність P_j набуття визначеного рейтингу E_j можна отримати як суму добутків ймовірності P_i визначення у певному рейтингу E_i та ймовірності α_{ij} переходу з рейтингу E_i до рейтингу E_j .

Рівняння (5.2), так само як і рівняння (1), за своєю суттю є формулою повної ймовірності за наявності певних умовних ймовірностей.

Визначення ключових елементів матриці міграцій

Повертаючись до опису матриці (4), необхідно зазначити, що частина її елементів може бути нульовою. Основна частина ненульових елементів сконцентрована навколо головної діагоналі. Цей факт пояснюється тим, що, якщо підприємство набуло рейтингу E_j , то найчастіше воно здійснюватиме перехід до "сусідніх" рейтингових рівнів E_{j-1} або E_{j+1} . А раптовий перехід, наприклад, з найвищого до найнижчого рейтингу досить мало-ймовірний. Таким чином, матрицю (4) у багатьох випадках з незначною похибкою можна звести до мультидіагональної матриці:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_{mm} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

Якщо матриця (4) взагалі є одиничною матрицею, то маємо вироджений випадок, коли підприємство функціонує в стаціонарному режимі, не змінюючи свого рейтингу.

Для визначення елементів матриці (6), спираючись на вирази (5.1, 5.2), запишемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \dots + \alpha_{1m} = 1; \\ \alpha_{21} + \alpha_{22} + \alpha_{23} + \dots + \alpha_{2m} = 1; \\ \dots \\ \alpha_{m1} + \alpha_{m2} + \alpha_{m3} + \dots + \alpha_{mm} = 1; \\ P_1\alpha_{11} + P_2\alpha_{21} + \dots + P_m\alpha_{m1} = P_1; \\ P_1\alpha_{12} + P_2\alpha_{22} + \dots + P_m\alpha_{m2} = P_2; \\ \dots \\ P_1\alpha_{1m} + P_2\alpha_{2m} + \dots + P_m\alpha_{mm} = P_m. \end{cases} \quad (7)$$

У загальному випадку отримуємо систему рівнянь, що містить m^2 змінних та $2m$ рівнянь. Тоді кількість вільних членів: $k = m^2 - 2m$. Проте, зважаючи на мультидіагональність матриці (6), можна сказати, що вона містить $3m - 2$ значущих елементів (відповідних невідомих для нашої системи

рівнянь). Таким чином, кількість вільних членів при розв'язанні наведеної системи лінійних рівнянь (7) дорівнюватиме:

$$k = 3m - 2 - 2m = m - 2. \quad (8)$$

Очевидно, що для визначення вільних членів системи рівнянь (7) необхідне експертне оцінювання деяких елементів матриці (6).

Зауважимо також, що при розв'язанні системи (7) для всіх вільних членів та отриманих розв'язків має виконуватись умова:

$$\forall i, j: 0 \leq \alpha_{ij} \leq 1. \quad (9)$$

Числовий приклад. Для полегшення сприйняття матеріалу розглянемо числовий приклад формування матриці міграцій на основі запропонованого підходу.

Нехай підприємству S у визначені моменти часу може бути присвоєно один з трьох можливих рівнів рейтингу E_1 , E_2 або E_3 . Тоді на підставі статистичної інформації рейтингових агентств розраховано відповідні ймовірності присвоєння рейтингів: $P_1 = 0,25$; $P_2 = 0,3$ та $P_3 = 0,45$.

Запишемо систему рівнянь (7) для нашого числового прикладу:

$$\begin{cases} \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} = 1; \\ \alpha_{21} + \alpha_{22} + \alpha_{23} = 1; \\ \alpha_{31} + \alpha_{32} + \alpha_{33} = 1; \\ 0,25\alpha_{11} + 0,3\alpha_{21} + 0,45\alpha_{31} = 0,25; \\ 0,25\alpha_{12} + 0,3\alpha_{22} + 0,45\alpha_{32} = 0,3; \\ 0,25\alpha_{13} + 0,3\alpha_{23} + 0,45\alpha_{33} = 0,45. \end{cases}$$

Як бачимо, для трьох рівнів рейтингу ми отримали систему з шести рівнянь із дев'ятьма змінними.

Наведену систему лінійних рівнянь легко можна розв'язати з використанням сучасних комп'ютерних засобів. Скористаємося програмою розв'язання лінійних рівнянь методом Жордана – Гаусса, запропонованою на веб-ресурсі¹⁰. Отримаємо такий розв'язок:

$$\begin{cases} \alpha_{11} = -2 + 1,2\alpha_{22} + 1,2\alpha_{23} + 1,8\alpha_{32} + 1,8\alpha_{33}; \\ \alpha_{12} = 1,2 - 1,2\alpha_{22} - 1,8\alpha_{32}; \\ \alpha_{13} = 1,8 - 1,2\alpha_{23} - 1,8\alpha_{33}; \\ \alpha_{21} = 1 - \alpha_{22} - \alpha_{23}; \\ \alpha_{31} = 1 - \alpha_{32} - \alpha_{33}, \end{cases}$$

де α_{22} , α_{23} , α_{32} , α_{33} – вільні змінні.

¹⁰ [Електронний ресурс]. – Режим доступу: www.reshish.ru/gauss-jordanElimination.php.

Врахуємо вигляд матриці міграцій (6), тобто те, що більшість ненульових елементів сконцентровані навколо головної діагоналі. Перехід підприємства з рівня E_1 до рівня E_3 та, навпаки, з E_3 до E_1 є малоімовірним. Отже, можемо покласти $\alpha_{13} = \alpha_{31} = 0$. Тобто, фактично врахувавши припущення про мультидіагональність матриці, ми зменшили кількість змінних до 7.

Тоді за формулою (8) кількість вільних членів $k = 1$. Тому потрібно експертним шляхом задати одне значення ймовірності для матриці міграцій.

Нехай експертно встановлено, що $\alpha_{22} = 0,1$. Підставимо вказані значення до системи та отримаємо такі розв'язки:

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= 0,64; & \alpha_{12} &= 0,36; & \alpha_{13} &= 0; \\ \alpha_{21} &= 0,3; & \alpha_{22} &= 0,1; & \alpha_{23} &= 0,6; \\ \alpha_{31} &= 0; & \alpha_{32} &= 0,4; & \alpha_{33} &= 0,6. \end{aligned}$$

Отже, можна записати відповідну матрицю міграцій для аналізованого підприємства:

$$\|A\| = \begin{bmatrix} 0,64 & 0,36 & 0 \\ 0,3 & 0,1 & 0,6 \\ 0 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}.$$

Отримана матриця міграцій характеризує ймовірності переходу кредитного рейтингу вказаного підприємства між рейтинговими рівнями.

Часткові випадки побудови матриці міграцій кредитних рейтингів

Загалом за великої кількості можливих рівнів кредитних рейтингів, навіть за умови прийняття для матриці міграцій (4) припущення про мультидіагональність (6), розв'язок системи рівнянь (7) досить трудомісткий. Тому розглянемо деякі часткові випадки побудови матриці міграцій кредитних рейтингів.

Аналізуючи систему рівнянь (7), слід зазначити, що, наприклад, за рівномірного розподілу ймовірностей переходу з рейтингу E_i до рейтингу E_j ($\forall i, j: \alpha_{ij} = \frac{1}{m}$) отримаємо рівномірність розподілу ймовірностей присвоєння певного рейтингу. Для того щоб перевірити це твердження, достатньо підставити $\alpha_{ij} = \frac{1}{m}$ до системи рівнянь (7) та врахувати умову (3).

Отримаємо: $\forall j: P_j = \frac{1}{m}$. Тобто:

$$\text{при } \forall i, j: \alpha_{ij} = \frac{1}{m} \text{ маємо } \forall j \in [1, m]: P_j = \frac{1}{m}.$$

Варто зауважити також, що обернена умова не виконується. Тобто з рівномірності розподілу ймовірностей присвоєння рейтингу $P_j = \frac{1}{m}$ не впливає рівномірність розподілу ймовірностей переходу між рейтинговими рівнями: $\alpha_{ij} = \frac{1}{m}$.

Запишемо систему рівнянь (7) за умови рівномірного розподілу ймовірностей присвоєння рейтингів: $\forall j \in [1, m]; P_j = \frac{1}{m}$. Оскільки $P_1 = P_2 = \dots = P_m = \frac{1}{m}$, то підставивши значення P_j до системи (7), можемо скоротити відповідні рівняння на P_j :

$$\begin{cases} \alpha_{11} + \alpha_{12} + \dots + \alpha_{1m} = 1; \\ \alpha_{21} + \alpha_{22} + \dots + \alpha_{2m} = 1; \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_{m1} + \alpha_{m2} + \dots + \alpha_{mm} = 1; \\ \alpha_{11} + \alpha_{12} + \dots + \alpha_{1m} = 1; \\ \alpha_{21} + \alpha_{22} + \dots + \alpha_{2m} = 1; \\ \dots\dots\dots \\ \alpha_{m1} + \alpha_{m2} + \dots + \alpha_{mm} = 1. \end{cases} \quad (10)$$

Для зручності запису та розв'язання цієї системи рівнянь введемо такі позначення (заміни):

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha_{11}, x_2 = \alpha_{12}, \dots, x_m = \alpha_{1m}, \\ x_{m+1} &= \alpha_{21}, x_{m+2} = \alpha_{22}, \dots, x_{2m} = \alpha_{2m}, \\ x_{2m+1} &= \alpha_{31}, x_{2m+2} = \alpha_{32}, \dots, x_{3m} = \alpha_{3m}, \\ \dots\dots\dots \\ x_{(m-1)m+1} &= \alpha_{m1}, x_{(m-1)m+2} = \alpha_{m2}, \dots, x_{mm} = \alpha_{mm}. \end{aligned}$$

Тоді, розв'язання системи лінійних рівнянь (10) методом Жордана – Гаусса в загальному випадку матиме вигляд:

$$\begin{aligned} x_1 &= -(m-2) + x_{m+2} + x_{m+3} + \dots + x_{2m} + x_{2m+2} + x_{2m+3} + \dots + x_{3m} + \dots + \\ &\quad + x_{(m-1)m} + x_{(m-1)m+2} + x_{(m-1)m+3} + \dots + x_{mm}; \\ x_2 &= 1 - x_{m+2} - x_{2m+2} - \dots - x_{(m-1)m+2}; \\ x_3 &= 1 - x_{m+3} - x_{2m+3} - \dots - x_{(m-1)m+3}; \\ \dots\dots\dots \\ x_m &= 1 - x_{2m} - x_{3m} - \dots - x_{mm}; \\ x_{m+1} &= 1 - x_{m+2} - x_{m+3} - \dots - x_{2m}; \\ x_{2m+1} &= 1 - x_{2m+2} - x_{2m+3} - \dots - x_{3m}; \\ x_{3m+1} &= 1 - x_{3m+2} - x_{3m+3} - \dots - x_{4m}; \\ \dots\dots\dots \\ x_{(m-1)m+1} &= 1 - x_{(m-1)m+2} - x_{(m-1)m+3} - \dots - x_{mm}. \end{aligned}$$

де $x_{m+2}, x_{m+3}, \dots, x_{2m}, x_{2m+2}, x_{2m+3}, \dots, x_{3m}, \dots, x_{(m-1)m}, x_{(m-1)m+2}, \dots, x_{mm}$ – ВІЛЬНІ ЗМІННІ.

Отримані розв'язки системи лінійних рівнянь дають нам можливість сформувати матрицю міграцій кредитного рейтингу певного підприємства.

Кредитно-інвестиційна діяльність на фінансовому ринку потребує ретельного оцінювання кредитної якості об'єктів капіталовкладень. Якщо таке оцінювання має вигляд кредитних рейтингів, то важливо відстежувати рівень рейтингу не лише на момент присвоєння, а й протягом усього строку існування боргового зобов'язання. Тому ймовірності зміни рівня кредитного рейтингу, які зазвичай подаються у вигляді так званої матриці міграцій, є важливою інформацією для прийняття обґрунтованих інвестиційних рішень.

В Україні за відсутності репрезентативної статистичної вибірки щодо ймовірності дефолтів побудова матриці міграцій статистичним шляхом утруднена. Тому в статті запропоновано експертно-аналітичний підхід до визначення елементів матриці міграцій кредитних рейтингів.

Оцінювання всіх ймовірностей міграцій кредитних рейтингів – трудомістка задача, яка в межах сформованого підходу передбачає розв'язання системи з великою кількістю лінійних рівнянь. У деяких випадках цю систему рівнянь та відповідну матрицю міграцій вдається суттєво спростити. Зокрема доведено, що рівноймовірність переходу підприємства з одного рівня рейтингу до іншого є достатньою умовою для рівноймовірності присвоєння підприємству будь-якого рейтингу. Крім того, показано, що рівноймовірність присвоєння підприємству певного рейтингу не зумовлює рівноймовірності переходів між рейтинговими рівнями.